Probabilité (Niveau 1B) - A rendre tous les Vendredis jusqu'au 19 Juin

Déterminer la loi d'une variable aléatoire discrète.

On dispose d'un sac qui contient trois jetons marqués 0, deux jetons marqués 1 et un jeton marqué 2. On effectue deux tirages successifs d'un jeton avec remise dans ce sac. On considère les évènements définis par A_i : "Le premier jeton tiré porte le numéro i." et B_i : "Le second jeton tiré porte le numéro i".

Soit X la variable aléatoire donnant la somme des deux numéros obtenus. Déterminer la loi de X.

Calculer si elle existe, l'espérance d'une variable aléatoire discrète.

On considère la variable aléatoire X donnée par :

$$\forall k \in [\![0, n]\!], \quad P(X = k) = \frac{1}{n+1}$$

Calculer l'espérance de X.

Calculer si elle existe, la variance d'une variable aléatoire discrète.

On considère la variable aléatoire X de l'exercice précédent donnée par :

$$\forall k \in [\![0, n]\!], \quad P(X = k) = \frac{1}{n+1}$$

Calculer la variance de X.

Reconnaitre une loi usuelle

On effectuer une suite illimitée de lancers indépendants d'une pièce amenant Pile avec la probabilité p (avec $0 < p < 1$). On pose $q = 1 - p$. On note X la variable aléatoire donnant le nombre de Faces obtenus avant le premier Pile.

1. Reconnaitre la loi de la variable aléatoire $Y = X + 1$.
2. En déduire que X admet une espérance et une variance, que l'on précisera.

Utiliser la formule des probabilités totales.

Soit X une variable aléatoire dont la loi est donnée par

$$\forall k \in \mathbb{N}^*, \quad P(X = k) = \frac{k-1}{k!}$$

Si X prend la valeur k, on place k boules blanches et 1 boule rouge indiscernables au toucher dans une urne, puis on tire une boule de cette urne. Quelle est la probabilité que la boule tirée soit rouge ?